

Exponential- und Logarithmusfunktion

1. Richtig oder falsch? Kreuze an!

Falls eine Aussage deiner Meinung nach falsch ist, gib eine Begründung an!

- a) Die Funktion $N(t) = N_0 \cdot e^{-0,34t}$ ($N_0 > 0, t \geq 0$) stellt einen Wachstumsvorgang dar.
 Richtig Falsch
- b) Die Funktion $N(t) = N_0(1 - e^{-0,34t})$ ($N_0 > 0, t \geq 0$) stellt einen Wachstumsvorgang dar.
 Richtig Falsch
- c) Die natürliche Exponentialfunktion und die natürliche Logarithmusfunktion sind Umkehrfunktionen zueinander.
 Richtig Falsch
- d) Die Funktion $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = -\ln(x)$ ist streng monoton fallend in $(0; \infty)$.
 Richtig Falsch
- e) Die Funktion $f : [1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = e^x$ hat keine Minimumstelle.
 Richtig Falsch
- f) Die Funktion $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = \ln(x)$ besitzt keine Nullstelle.
 Richtig Falsch
- g) Die Funktion $f : (-\infty; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = e^x - 1$ besitzt eine Nullstelle.
 Richtig Falsch

2. Multiple Choice

Im Folgenden kann mehr als eine der zur Auswahl stehenden Antworten richtig sein. Kreuze die deiner Meinung nach richtigen Antworten an! (Mindestens ein Kreuz muss gesetzt werden!)

- a) Der Graph welcher Funktion (auf dem jeweiligen maximalen Definitionsbereich) geht durch den Ursprung?
 2^x $2^x - 1$ $\ln(x) - 1$ $\ln(x + 1)$
- b) Der Graph welcher Funktion (auf dem jeweiligen maximalen Definitionsbereich) hat nur positive Funktionswerte?
 3^{-x} $\frac{1}{3^x}$ 3^x $(\frac{1}{3})^x$
- c) Welche Aussage ist für alle $x \in \mathbb{R}^+$ korrekt?
 $e^{\ln(x)} = x$ $\ln(e^x) = x$ $x^{\ln(e)} = x$ $e^{-\ln(\frac{1}{x})} = x$
- d) Welche Funktion ist in ihrem (maximalen) Definitionsbereich streng monoton fallend?
 5^{-x} ${}^5\log(x)$ $\frac{1}{5}\log(x)$ $-\ln(x)$

3. Lückentext

Ergänze den folgenden Text sinngemäß durch jeweils eine der in Klammer stehenden Auswahlmöglichkeiten!

Der Graph der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = 3^x$ läuft _____ (nie; manchmal; immer) oberhalb des Graphen der Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = 2^x$. Die beiden Graphen haben _____ (keinen; genau einen; mehr als einen) Punkt gemeinsam. _____ (f sowie g sind; Nur f ist; Nur g ist) auf ganz \mathbb{R} _____ (monoton wachsen; monoton fallend; nicht monoton) und _____ (f sowie g haben; nur f hat; nur g hat) keine Minimumstelle.

4. Zwei in fünf

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an!

Für $x \in \mathbb{R}^+$ gilt: $(\frac{1}{2})^x > 1$.	<input type="radio"/>
Für $x \in \mathbb{R}^+$ ist die Funktion $(\frac{1}{2})^x$ streng monoton fallend.	<input type="radio"/>
Für $x \in \mathbb{R}^+$ gilt: $(\frac{1}{2})^x > 0$.	<input type="radio"/>
Für $x \in \mathbb{R}^-$ gilt: $(\frac{1}{2})^x < 1$.	<input type="radio"/>
Für $x \in \mathbb{R}^-$ ist die Funktion $(\frac{1}{2})^x$ streng monoton steigend.	<input type="radio"/>

5. Vier in sechs

Ordne den Aussagen der linken Tabelle den entsprechenden Funktionsterm der rechten Tabelle zu!

(1)	Die Funktion ist streng monoton steigend und der Graph geht durch den Punkt $(0 -1)$.
(2)	Die Funktion ist streng monoton fallend und der Graph geht durch den Punkt $(0 -1)$.
(3)	Die Funktion ist streng monoton fallend und der Graph geht durch den Punkt $(0 1)$.
(4)	Die Funktion ist streng monoton steigend und der Graph geht durch den Punkt $(0 1)$.

(\dots)	$f_1(x) = 5^{x-2}$
(\dots)	$f_2(x) = 5^x$
(\dots)	$f_3(x) = 5^{-x}$
(\dots)	$f_4(x) = -5^x$
(\dots)	$f_5(x) = 5^x - 2$
(\dots)	$f_6(x) = 5^x + 2$

6. Lichtschwächung in Wasser

Dringt Licht senkrecht zur Wasseroberfläche in Wasser ein, so nimmt die Lichtintensität I mit zunehmender Eindringtiefe x exponentiell ab. Es sei I_0 die Lichtintensität an der Wasseroberfläche und $I(x)$ die Lichtintensität in der Tiefe x .

- In welcher Tiefe x ist die Lichtintensität auf die Hälfte von I_0 abgesunken, wenn die Lichtintensität pro Meter um 20% abnimmt?
- Gib die Abnahme der Lichtintensität mit Hilfe der Eulerschen Zahl e an!

7. Schwächung von radioaktiver Strahlung

Beim Durchgang von radioaktiven Strahlen durch Beton nimmt die Intensität exponentiell mit der Dicke d der Betonmauer ab. Für $d = 25\text{cm}$ sinkt die Intensität auf ca. 1% des ursprünglichen Wertes.

- Wie dick muss die Betonmauer sein, damit die Intensität auf 10% reduziert wird?
- Wie groß ist die Halbwertsdicke, also jene Dicke, bei der die Intensität auf die Hälfte geschwächt wird?
- Gib die Abnahme der Strahlungsintensität mit Hilfe der Eulerschen Zahl e an!

8. Schwächung von Laserstrahl

Die Intensität I eines Laserstrahls für medizinische Zwecke nimmt mit der Eindringtiefe x (in mm) in das Gewebe gemäß der Gleichung $I(x) = I_0 \cdot e^{-0,01756 \cdot x}$ ab. Dabei ist I_0 die Intensität an der Gewebeoberfläche.

- Um wie viel Prozent sinkt die Intensität in 6mm Tiefe?
- Stelle eine Gleichung der Form $I(x) = I_0 \cdot a^x$ auf!
- Welche ursprüngliche Intensität muss der Laserstrahl besitzen, damit seine Intensität in 7mm Tiefe noch $150\text{W}/\text{m}^2$ beträgt?

9. Bakterienwachstum

Die von einer Bakterienkultur eingenommene Fläche A , die ursprünglich 1cm^2 betrug, vergrößert sich annähernd exponentiell mit der Zeit t . Die Fläche verdoppelt sich dabei alle 3 Stunden.

- Stelle ein Wachstumsgesetz für die Fläche $A(t)$ mit Hilfe der Eulerschen Zahl e auf!
- Erstelle den Graphen der Funktion $t \mapsto A(t)$ für $t \in [0; 15]$ (t in Stunden)!
- Ermittle graphisch und rechnerisch die Größe der von der Bakterienkultur eingenommenen Fläche nach 10 Stunden!
- Ermittle graphisch und rechnerisch nach welcher Zeit sich die von der Bakterienkultur eingenommenen Fläche auf 6cm^2 vergrößert hat!