

# Exponentialfunktionen

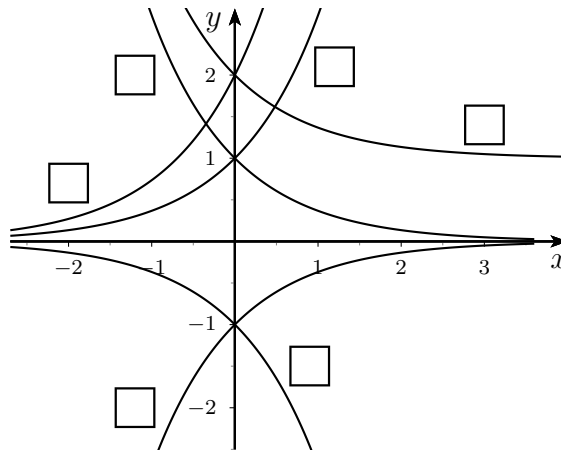
Die Zahl  $e \approx 2,718281828459045$  heißt Euler'sche Zahl. Sie gibt an, auf das Wievielfache ein Kapital bei einem jährlichen Zinssatz von 100% bei stetiger Verzinsung in einem Jahr anwächst.

## 1. Charakteristische Eigenschaften

### a) Graphen

Ordne den folgenden Funktionsgleichungen die entsprechenden Graphen zu!

- )  $f_1(x) = e^{-x}$
- )  $f_2(x) = e^x$
- )  $f_3(x) = 2e^x$
- )  $f_4(x) = 1 + e^{-x}$
- )  $f_5(x) = -e^x$
- )  $f_6(x) = -e^{-x}$



### b) Monotonieverhalten

Welche Monotonieverhalten zeigen die Funktionen  $f_1; \dots; f_6$  aus a) im Intervall  $(-\infty; \infty)$ ?

- )  $f_1$ : \_\_\_\_\_
- )  $f_2$ : \_\_\_\_\_
- )  $f_3$ : \_\_\_\_\_
- )  $f_4$ : \_\_\_\_\_
- )  $f_5$ : \_\_\_\_\_
- )  $f_6$ : \_\_\_\_\_

### c) Grenzwerte

Gegen welchen Werte streben die Funktionswerte der Funktionen  $f_1; \dots; f_6$  aus a) für  $x \rightarrow \infty$  bzw. für  $x \rightarrow -\infty$ ?

- |   |  |
|---|--|
| $f_1(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$ _____ | $f_1(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ _____ |
| $f_2(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$ _____ | $f_2(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ _____ |
| $f_3(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$ _____ | $f_3(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ _____ |
| $f_4(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$ _____ | $f_4(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ _____ |
| $f_5(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$ _____ | $f_5(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ _____ |
| $f_6(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty}$ _____ | $f_6(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$ _____ |

### d) Zusammenhang von Funktionen

Drücke die Funktionswerte der Funktionen  $f_2; \dots; f_6$  aus a) durch  $f_1(x)$  aus!

- $f_2(x) =$  \_\_\_\_\_     $f_3(x) =$  \_\_\_\_\_     $f_4(x) =$  \_\_\_\_\_
- $f_5(x) =$  \_\_\_\_\_     $f_6(x) =$  \_\_\_\_\_

e) **Änderungsmaße**

Bestimme für die Funktionen  $f_1; \dots; f_6$  aus a) die folgenden Änderungsmaße im Intervall  $[-1; 3]$ !

	absolute Änderung	relative Änderung	mittlere Änderungsrate	Änderungs- faktor
$f_1$				
$f_2$				
$f_3$				
$f_4$				
$f_5$				
$f_6$				

**2. Deutung von Änderungen**

Deute anhand der entsprechenden Graphen, wie die Funktionen  $f_2; \dots; f_6$  aus dem Graphen der Funktion  $f_1(x) = e^x$  „hervorgehen“!

- )  $f_2(x) = f_1(x + 3)$       -)  $f_3(x) = [f_1(x)]^{-1}$       -)  $f_4(x) = f_1(2x)$   
 -)  $f_5(x) = 2f_1(x)$       -)  $f_6(x) = -f_1(x)$

**3. Exponentialfunktion gesucht**

Gesucht ist eine Exponentialfunktion der Form  $f(x) = a \cdot e^{bx}$ , deren Graph durch die Punkte  $(0|2)$  und  $(3|4)$  geht! Bestimme die Parameter  $a$  und  $b$ !

**4. Richtig oder falsch? Kreuze an!**

Falls eine Aussage deiner Meinung nach falsch ist, gib einer Begründung an!

- a)  $2^x < 3^x \forall x \in (-\infty; 0)$   
 Richtig       Falsch
- b)  $\exists x \in \mathbb{R} : \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^x$   
 Richtig       Falsch
- c)  $\exists x \in \mathbb{R} : 0,7^{-x} < 0$   
 Richtig       Falsch
- d) Es gilt:  $\frac{1}{1 - e^{-x}} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 1$ .  
 Richtig       Falsch
- e) Jede Exponentialfunktion  $x \mapsto a^x$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  ist streng monoton steigend in  $\mathbb{R}$ .  
 Richtig       Falsch
- f) Der Graph jeder Exponentialfunktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto a^x$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  geht durch den Punkt  $(0, 1)$ .  
 Richtig       Falsch

## 5. Multiple Choice

Im Folgenden kann mehr als eine der zur Auswahl stehenden Antworten richtig sein. Kreuze die deiner Meinung nach richtigen Antworten an! (Mindestens ein Kreuz muss gesetzt werden!)

a) Welche der folgenden Funktionen hat in  $\mathbb{R}$  nur positive Funktionswerte?

$f_1(x) = e^x$         $f_2(x) = 1 + e^x$         $f_3(x) = e^x - 1$         $f_4(x) = e^{x-1}$

b) Welche der folgenden Funktionen ist in  $\mathbb{R}$  streng monoton fallend?

$f_1(x) = \frac{1}{e^x}$         $f_2(x) = -2^x$         $f_3(x) = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$         $f_4(x) = 3^{-x^2}$

c) Für welche der folgenden Funktionen streben die Funktionswerte für  $x \rightarrow \infty$  gegen null?

$f_1(x) = -4^{-x}$         $f_2(x) = 4^{-x}$         $f_3(x) = 4^x$         $f_4(x) = -4^x$

d) Welche der folgenden Funktionen hat in  $\mathbb{R}$  eine Nullstelle?

$f_1(x) = 1 + e^x$         $f_2(x) = 1 + e^{-x}$         $f_3(x) = 1 - e^x$         $f_4(x) = -1 - e^{-x}$