

Folgen

1. Beschränktheit einer Folge

Ist die Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) nach oben beschränkt, nach unten beschränkt, nicht beschränkt oder beschränkt?

- a) $a_n = 1 + n$
- b) $a_n = 1 - n$
- c) $a_n = \frac{1}{n}$
- d) $a_n = (-1)^n$
- e) $a_n = (-2)^n$
- f) $a_n = \frac{1}{1+n}$
- d) $a_n = \frac{1}{1+(-2)^n}$

2. Monotonie einer Folge

Zeige, dass die Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) mit

- a) $a_n = \frac{1}{n}$ streng monoton fallend ist!
- b) $a_n = n^2$ streng monoton steigend ist!
- c) $a_n = 2^n$ streng monoton steigend ist!
- d) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$ streng monoton steigend ist!
- e) $a_n = \frac{1-n}{1+n}$ streng monoton fallend ist!

3. Grenzwert einer Folge

Ermittle (ohne Beweis) den Grenzwert der Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) mit

- a) $a_n = \frac{n+(-1)^n}{1+2n}$!
- b) $a_n = \frac{n^3+n^2}{4+3n^4}$!
- c) $a_n = \frac{n}{n^2+1} - \frac{1}{n}$!
- d) $a_n = 2 + \frac{2n^2+3n+1}{1-n^2}$!

4. Arithmetische Folge

Von einer arithmetischen Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) kennt man die Folgenglieder $a_3 = 4$ und $a_5 = 1$. Gib eine Formel für a_n an und berechne a_7 !

5. Geometrische Folge

Von einer monotonen geometrischen Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) kennt man die Folgenglieder $a_4 = 8$ und $a_6 = 32$. Gib eine Formel für a_n an und berechne a_1 !

6. Mittelwerte

Arithmetische bzw. geometrische Folgen tragen ihren Namen, da ein Folgenglied a_n ($n \geq 2$) im ersten Fall das arithmetische und im zweiten Fall das geometrische Mittel der benachbarten Folgenglieder a_{n-1} und a_{n+1} ist. Zeige also, dass folgendes gilt:

a) $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$,

b) $a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$.

7. Zwei in fünf

Im Folgenden sind zwei der fünf Aussagen richtig. Kreuze diese an!

Jede Folge, die beschränkt ist, hat einen Grenzwert.	<input type="radio"/>
Jede Folge, die einen Grenzwert hat, ist beschränkt.	<input type="radio"/>
Jede Folge, die einen Grenzwert hat, ist monoton.	<input type="radio"/>
Jede Folge, die beschränkt und monoton ist, hat einen Grenzwert.	<input type="radio"/>
Jede Folge, die monoton wachsend ist, hat einen Grenzwert.	<input type="radio"/>

8. Richtig oder falsch? Kreuze an!

Falls eine Aussage deiner Meinung nach falsch ist, gib eine Begründung an!

a) Hat eine Folge die Zahl 5 als obere Schranke, dann ist auch 6 eine obere Schranke.

Richtig Falsch

b) Hat eine Folge die Zahl 5 als obere Schranke, dann muss 5 auch Grenzwert der Folge sein.

Richtig Falsch

c) Hat eine Folge die Zahl 5 als obere Schranke, dann kann es ein Folgenglied geben, dass den Wert 5 hat.

Richtig Falsch

d) Hat eine Folge die Zahl 5 als obere Schranke, dann kann es ein Folgenglied geben, dass den Wert 6 hat.

Richtig Falsch

9. Multiple Choice

Im Folgenden kann mehr als eine der zur Auswahl stehenden Antworten richtig sein. Kreuze die deiner Meinung nach richtigen Antworten an! (Mindestens ein Kreuz muss gesetzt werden!)

a) Welche Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) hat einen Grenzwert?

$a_n = \frac{2}{n}$ $a_n = \frac{n}{2}$ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^2$

b) Welche Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) hat 0 als untere Schranke?

$a_n = \frac{2}{n}$ $a_n = \frac{n}{2}$ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^2$

c) Welche Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) hat 1 als obere Schranke?

$a_n = \frac{2}{n}$ $a_n = \frac{n}{2}$ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^2$

d) Welche Folge $(a_n)_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) ist monoton?

$a_n = \frac{2}{n}$ $a_n = \frac{n}{2}$ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^2$

10. Interpretation 1

Es sei $Z(n)$ ($n \in \mathbb{N}^*$) die Zahl an Individuen einer Fliegenpopulation im n -ten Jahr. Deute den folgenden Ausdruck im gegebenen Zusammenhang!

- a) $\forall n : Z(n) > 0$
- b) $Z(5) > Z(4)$
- c) $\forall n : Z(n) < 1000000$

11. Interpretation 2

Es sei $N(n)$ ($n \in \mathbb{N}^*$) die Zahl an radioaktiven Kernen im n -ten Jahr. Deute den folgenden Ausdruck im gegebenen Zusammenhang!

- a) $\forall n \geq 2 : N(n) < N(1)$
- b) $N(n+1) < N(n)$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} N(n) = 0$

12. Lückentext

Ergänze den folgenden Text sinngemäß durch jeweils eine der in Klammer stehenden Auswahlmöglichkeiten!

Eine streng monoton wachsende Folge hat immer eine _____ (untere, obere, untere und obere) Schranke. Als Beispiel hierfür kann man die Folge $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$ ($\frac{2}{n}, \frac{1}{2^n}, 2n$) sehen. _____ (Jede, Keine, Manche) streng monoton wachsende Folge hat auch eine obere Schranke, z.B. die Folge $b_n = \underline{\hspace{1cm}}$ ($1 + \frac{2}{n}, \frac{1}{1+\frac{2}{n}}, 1 + \frac{n}{2}$). Hat eine streng monoton wachsende Folge $(a_n)_n$ den Grenzwert G , dann gilt für jedes Folgenglied $a_n \underline{\hspace{1cm}}$ G ($\leq, =, >$).

13. Vier in sechs

Ordne den Beschreibungen der Folgen der linken Tabelle die entsprechenden Folgen der rechten Tabelle zu!

(1)	$(a_n)_n$ ist beschränkt und hat keinen Grenzwert.
(2)	$(a_n)_n$ ist nur nach oben beschränkt.
(3)	$(a_n)_n$ ist nur nach unten beschränkt.
(4)	$(a_n)_n$ ist beschränkt und hat einen Grenzwert.

(...)	$a_n = (-2)^n$
(...)	$a_n = \frac{1}{1+n}$
(...)	$a_n = 1 - n$
(...)	$a_n = n \cdot \sin(n)$
(...)	$a_n = (-1)^n$
(...)	$a_n = 1 + n$