

Geraden im \mathbb{R}^3

1. Richtig oder falsch? Kreuze an!

Falls eine Aussage deiner Meinung nach falsch ist, gib eine Begründung an!

- a) Es seien $A, B, C \in \mathbb{R}^3$ drei verschiedene Punkte. Gilt $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$, dann liegen A, B, C auf einer Geraden.
 Richtig Falsch
- b) Eine Gerade im \mathbb{R}^3 ist durch zwei verschiedene Punkte $A, B \in \mathbb{R}^3$ eindeutig festgelegt.
 Richtig Falsch
- c) Eine Gerade im \mathbb{R}^3 besitzt genau einen Richtungsvektor.
 Richtig Falsch
- d) Zwei Geraden im \mathbb{R}^3 , die nicht parallel sind, müssen einander schneiden.
 Richtig Falsch

2. Vier in sechs

Ordne die Aussagen der linken Tabelle den entsprechenden Geradengleichungen der rechten Tabelle zu!

(1)	Die Gerade liegt in der xy -Ebene.
(2)	Die Gerade liegt in der xz -Ebene.
(3)	Die Gerade liegt in der yz -Ebene.
(4)	Die Gerade geht nicht durch den Ursprung.

(...)	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
(...)	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
(...)	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
(...)	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
(...)	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
(...)	$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. Interpretiere!

Deute die Lage der Geraden $g : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bezüglich dem xyz -Koordinatensystem! Fertige dazu eine Skizze an!

4. Lückentext

Ergänze den folgenden Text sinngemäß durch jeweils eine der in Klammer stehenden Auswahlmöglichkeiten!

Eine Gerade im Raum ist z. B. durch _____ (eine; zwei; drei) Punkt(e) oder durch einen Punkt und _____ (einen; zwei; drei) Richtungsvektor(en) eindeutig bestimmt. Sie hat _____ (keinen; einen; mehrere) Richtungsvektor(en) und _____ (keinen; einen; mehrere) Normalvektor(en). Zwei verschiedene Punkte der Gerade legen einen _____ (Orts-; Richtungs-; Normal-) Vektor der Geraden fest.

5. Zwei in fünf

g_1, g_2 seien zwei verschiedene, parallele Geraden im Raum. Kreuze die beiden richtigen Aussagen an!

g_1 und g_2 haben einen gemeinsamen Ortsvektor.	<input type="radio"/>
Es gibt einen Punkt $P \in g_1$, für den $P \in g_2$ gilt.	<input type="radio"/>
Es gibt einen Richtungsvektor von g_1 , der Normalvektor von g_2 ist.	<input type="radio"/>
g_1 und g_2 haben einen gemeinsamen Richtungsvektor.	<input type="radio"/>
Es gilt: $g_1 \cap g_2 = \emptyset$.	<input type="radio"/>

6. Bedingungen

Die Gerade g geht durch den Punkt $P = (4|-2|5)$.

- Gib einen Richtungsvektor von g an, so dass g die x/y -Ebene nicht schneidet!
- Gib einen Richtungsvektor von g an, so dass g durch den Ursprung geht!
- Gib einen Richtungsvektor von g an, so dass g parallel zur z -Achse ist!

7. Rollende Kugel

Eine Kugel mit Radius $r = 1$ cm rollt geradlinig auf der x/y -Ebene vom Punkt $P = (-1|2|0)$ cm zum Punkt $Q = (3|4|0)$ cm.

- Gib jene Gerade an, auf der sich der Mittelpunkt der Kugel bewegt!
- Welchen Weg legt der Mittelpunkt der Kugel zurück während sie von P nach Q rollt? (Am Beginn soll sich der Mittelpunkt der Kugel über P und am Ende über Q befinden.)

8. Gleichförmige Bewegung im Raum

Ein nahezu punktförmiger Körper befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Punkt $P = (4|3|2)$ m. Der Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = (1|2|3)$ m/s.

- In welchem Punkt befindet sich der Körper nach 3 Sekunden?
- Liegt der Punkt $Q = (8|11|15)$ auf dem Weg des Körpers?
- Nach welcher Zeitspanne $t > 0$ passiert der Körper den 15 m von P entfernt gelegenen Punkt R ? (R liegt auf dem Weg des Körpers.)

9. Lage von Geraden

Gegeben ist die Gerade $g : X = (1|0|2) + \lambda(1|3|2)$. Gib eine Gerade an, die

- parallel zu g aber von ihr verschieden ist,

- b) g schneidet,
- c) windschief zu g ist.

10. Multiple Choice

Bei den folgenden Aussagen kann mehr als eine der zur Auswahl stehenden Antworten richtig sein. Kreuze die deiner Meinung nach richtigen Antworten an! (Mindestens ein Kreuz muss gesetzt werden!)

- a) Kreuze an, welche der folgenden Geraden g_1, g_2, g_3, g_4 parallel zu der Geraden $g : X = (1|2|3) + \lambda(1|2|3)$ sind!
- $g_1 : X = (2|4|6) + s \cdot (3|2|1)$ $g_2 : X = (3|2|1) + \mu \cdot (2|4|6)$
 $(4|-1|2), (3|-3|-1) \in g_3$ $g_4 : X = (1|0|0) - t \cdot (\frac{1}{2}|1|\frac{3}{2})$
- b) Von einer Geraden g weiß man, dass sie parallel zur y -Achse ist. Kreuze an, welche der folgenden Bedingungen gelten kann!
- (Hinweis: \vec{r}_g ... Richtungsvektor von g , die Koordinatenachsen bilden in der Reihenfolge x, y, z ein Rechtssystem)
- $\vec{r}_g \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{r}_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \in g$ $\vec{r}_g \perp \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- c) Kreuze an, wodurch eine Gerade im \mathbb{R}^3 eindeutig festgelegt ist!
- drei verschiedene Punkte Punkt, Normalvektor
 Punkt, Richtungsvektor zwei verschiedene Punkte
- d) Gegeben sei eine Gerade durch den Ursprung mit dem Richtungsvektor $\vec{r}_g = (1|1|1)$. Die Gerade h entsteht, indem man g an der z -Achse spiegelt. Kreuze an, welche der folgenden Vektoren Richtungsvektoren von h sein könnten!
- $(-1|1|-1)$ $(1|-1|-1)$ $(-1|-1|-1)$ $(-1|-1|1)$