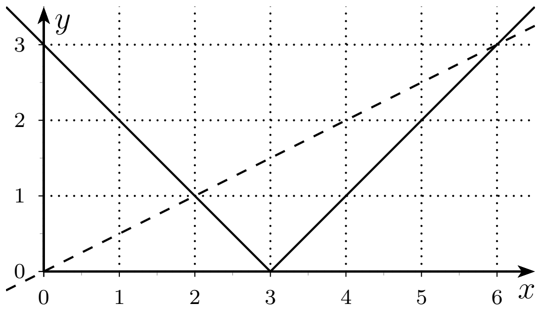
Grafische Lösung von Ungleichungen

Die beiden Seiten einer Ungleichung in der Variablen x lassen sich auch als Funktionsterme $f(x)$ und $g(x)$ auffassen (z. B.: $f(x) < g(x)$). Zur grafischen Lösung der Ungleichung zeichnet man die Graphen der Funktionen f und g. Im Schaubild erkennt man, in welchen Intervallen der Graph von g oberhalb von f verläuft. Diese Intervalle entsprechen den Lösungen der Ungleichung $f(x) < g(x)$. Die Schnittpunkte der Graphen entsprechen den Intervallgrenzen.

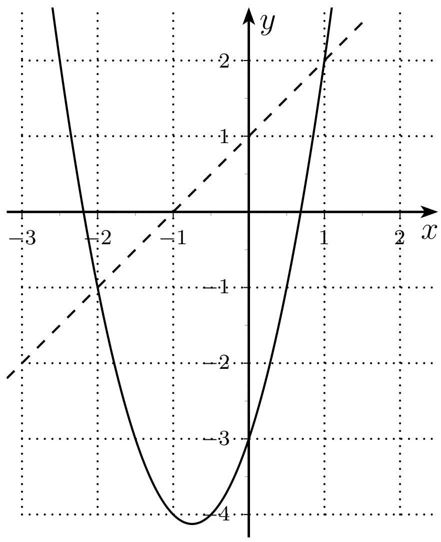
1. Lösung anhand gegebener Graphen

Löse die folgende Ungleichung mithilfe der dargestellten Funktionsgraphen!

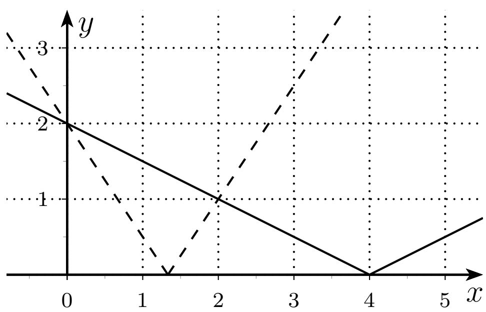
a) $|x-3| > 0{,}5x$



b) $2x^2 + 3x - 3 \leq x + 1$



c) $|1{,}5x - 2| \geq |0{,}5x - 2|$



2. Quadratische Ungleichung

Löse folgende Ungleichung grafisch!

a) $2x^2 + x > 10$

b) $x^2 + 3x - 4 \leq x^2 + 16x + 9$

c) $(x+1)(x+2) > 2x^2 + 4x - 4$

3. Betragsungleichung

Löse folgende Ungleichung grafisch!

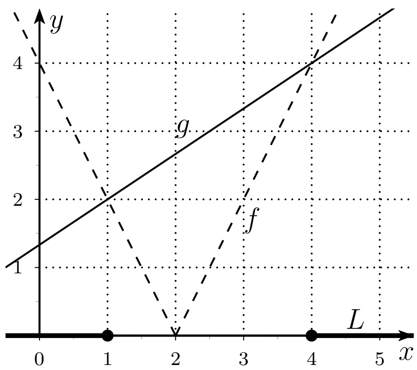
a) $2|x-3| > x + 3$

b) $\frac{1}{2}\left|x+2\right| \leq 0{,}25x + 2$

c) $|2x+6| \leq -x$

4. Ungleichung gesucht

Gib jene Ungleichung der Form $f(x) \geq g(x)$ an, so dass f und g Funktionen mit den dargestellten Graphen entsprechen!



Überprüfe anschließend durch Rechnung die Gültigkeit der dargestellten Lösungsmenge L der Ungleichung!

5. Richtig oder falsch? Kreuze an!

Falls eine Aussage deiner Meinung nach falsch ist, gib eine Begründung an!

a) Es gibt Ungleichungen, deren Lösungsmenge leer ist.

◯ Richtig ◯ Falsch

b) Die Lösungsmenge einer Ungleichung der Form $f(x) > 0$, wobei f eine lineare Funktion der Form $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k \neq 0$ und $x \in \mathbb{R}$ sei, ist stets ein Intervall.

◯ Richtig ◯ Falsch

c) Die Lösungsmenge einer Ungleichung der Form $f(x) > 0$, wobei f eine quadratische Funktion und $x \in \mathbb{R}$ sei, ist stets ein Intervall.

◯ Richtig ◯ Falsch

d) Die Ungleichung $|x-3| > 2$ gilt für kein $x \in [1; 5]$.

◯ Richtig ◯ Falsch

6. Interpretiere!
Ein Objekt, dass vom Erdboden (Höhe $h = 0\,\mathrm{m}$) zum Zeitpunkt $t = 0\,\mathrm{s}$ weggeschossen wird, hat zum Zeitpunkt t (in Sekunden) näherungsweise die Höhe $h(t) = (20 - 10 \cdot t) \cdot t$ (in Meter).

a) Interpretiere in diesem Zusammenhang die Ungleichung $h(t) > 5$!

b) Welche Bedeutung hat die Lösungsmenge dieser Ungleichung?

7. Multiple Choice
Im Folgenden kann mehr als eine der zur Auswahl stehenden Antworten richtig sein. Kreuze die deiner Meinung nach richtigen Antworten an! (Mindestens ein Kreuz muss gesetzt werden!)

a) Welche Ungleichung hat $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$ als Lösungsmenge?

○ $|x| > 1$ ○ $x^2 > 1$ ○ $\frac{1}{x^2} < 1$ ○ $\frac{2}{x^2+1} < 1$

b) Welche Ungleichung hat die leere Menge als Lösungsmenge?

○ $x^2 < 0$ ○ $|x| < 0$ ○ $x^2 + 1 < \frac{1}{2}$ ○ $x + 1 < \frac{1}{2}$

c) Eine Ungleichung hat das offene Intervall $(-1; 2)$ als Lösungsmenge. Wie kann man diese Lösungsmenge noch schreiben?

○ $\mathbb{R} \setminus [-1; 2]$ ○ $\mathbb{R} \setminus ((-\infty; -1] \cup [2; \infty))$
○ $(-\infty; 2) \cap (-1; \infty)$ ○ $[-1; 2] \setminus \{-1; 2\}$

d) Welche Ungleichung hat als Lösungsmenge ein Intervall?

○ $x^2 - 1 > 0$ ○ $x^2 - 1 < 0$ ○ $1 - x^2 > 0$ ○ $1 - x^2 < 0$

8. Vier in sechs
Ordne den Ungleichungen der linken Tabelle die entsprechenden Lösungsmengen der rechten Tabelle zu!

(1)	$x^3 \geq 1$
(2)	$-x^3 \geq 1$
(3)	$\lvert x^3 \rvert \leq 1$
(4)	$x^3 \geq -1$

$(\dots)$	$[-1; \infty)$
$(\dots)$	$(-\infty; -1]$
$(\dots)$	$\mathbb{R} \setminus (-1; 1)$
$(\dots)$	$[1; \infty)$
$(\dots)$	$(-\infty; 1]$
$(\dots)$	$[-1; 1]$

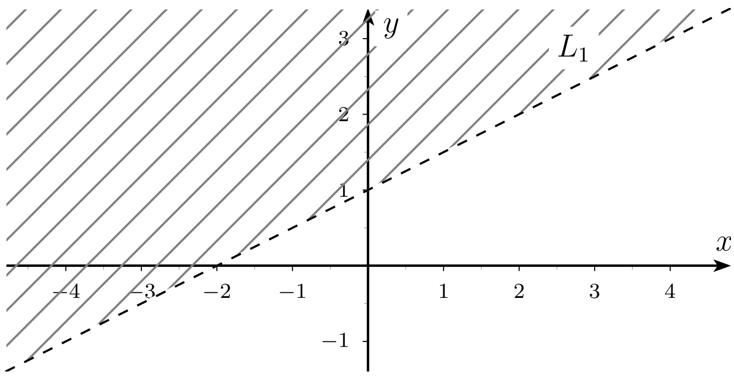
9. Lineare Ungleichung in zwei Variablen

a) Was versteht man unter einer linearen Ungleichung mit zwei Variablen?

b) Welcher der folgenden Ausdrücke stellt eine lineare Ungleichung mit zwei Variablen dar?

◯ $2x - 3y \leq 5$ ◯ $5x + 2y = 4$ ◯ $3x^2 - y \leq 2$ ◯ $y \geq 3$

c) Die in der folgenden Abbildung mit L_1 gekennzeichnete Halbebene stellt die Lösungsmenge einer Ungleichung U_1 in den zwei Variablen x und y dar.



-) Gib diese Ungleichung U_1 an!

-) Zusätzlich zu der Ungleichung U_1 sollen die Variablen x und y die Ungleichung U_2: $3y + 2x < 6$ erfüllen. Stelle die Lösungsmenge L der beiden Ungleichungen in der obigen Graphik dar!

-) Überprüfe anhand der Graphik, ob $(x|y) = (0|3) \in L$ gilt!