

Sinus-, Cosinus-, Tangensfunktion

1. Bogenmaß (Wiederholung)

- Was versteht man unter dem Bogenmaß?
- Wie hängen der Winkel α_{Grad} (im Gradmaß) und der Winkel α_{Bogen} (im Bogenmaß) zusammen?
- Zeige, dass für die Bogenlänge s bei einem Kreis mit Radius r gilt: $s = r \cdot \alpha_{\text{Bogen}}$!
- Skizziere im Einheitskreis die folgenden Winkel im Bogenmaß: $\frac{\pi}{4}$, $-\frac{3\pi}{2}$, π !
- Rechne die folgenden Winkel (im Gradmaß) ins Bogenmaß um:
 $\alpha_1 = 143^\circ$; $\alpha_2 = 396^\circ$; $\alpha_3 = -52^\circ$!
- Rechne die folgenden Winkel (im Bogenmaß) ins Gradmaß um:
 $\alpha_1 = \frac{\pi}{3}$; $\alpha_2 = 0,1$; $\alpha_3 = -2\pi$!

2. Beispiele zur Bogenlänge (Wiederholung)

- Wien befindet sich ca. auf dem 48. Breitengrad. Wie viel Kilometer dreht sich Wien (vom Weltraum aus betrachtet) in einer Stunde weiter? (Erdradius: 6370 km)
- Die Erde bewegt sich annähernd auf einer Kreisbahn um die Sonne. Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne beträgt ca. $150 \cdot 10^6$ km. Welchen Weg legt die Erde in einem Tag zurück?
- Auf einem sich gleichförmig drehenden Karussell befindet sich im Abstand von 5 Metern vom Drehzentrum ein Karussellpferd. Dieses legt in einer Sekunde 3 Meter zurück. Welchen Winkel im Gradmaß überstreicht eine (gedachte) Strecke vom Drehzentrum zum Pferd in dieser Zeit?

3. Polarkoordinaten (Wiederholung)

Zeichne auf einem Kreis die Punkte mit folgenden Polarkoordinaten ein:

$$P_1 = [3 | \frac{\pi}{4}]; P_2 = [3 | -\frac{3\pi}{8}]; P_3 = [3 | \frac{2\pi}{3}]!$$

4. Sinus, Cosinus, Tangens im Einheitskreis (Wiederholung)

- Richtig oder falsch? Kreuze an! (α im Bogenmaß)
 - $\sin(\alpha + 2\pi) = \sin(\alpha)$
 Richtig Falsch
 - $\sin(\alpha) = -\sin(\alpha + \pi)$
 Richtig Falsch
 - $\cos(\frac{3\pi}{2}) = \cos(-90^\circ)$
 Richtig Falsch
 - $\tan(36^\circ) = \tan(180^\circ - 36^\circ)$
 Richtig Falsch
- Zeige, dass $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bzw. $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ gilt! Folgere daraus, dass $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ bzw. $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$ gilt!
(*Hinweis*: Gehe von einem gleichschenkligen bzw. einem gleichseitigen Dreieck aus!)

- c) Gib zwei Winkel im Bogenmaß an, die denselben Cosinus haben, wie der Winkel $\alpha = \frac{\pi}{8}$ (im Bogenmaß)!

5. Graphen

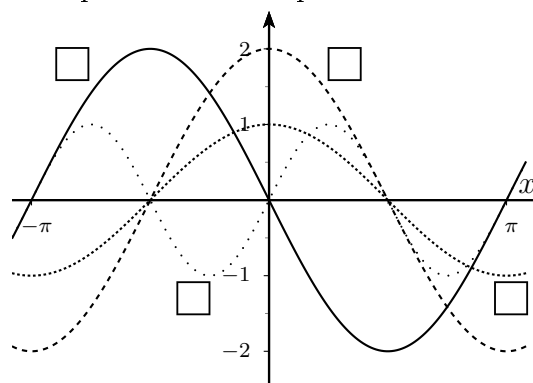
Ordne den folgenden Funktionsgleichungen die entsprechenden Graphen zu!

-) $f_1(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

-) $f_2(x) = \cos(x)$

-) $f_3(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

-) $f_4(x) = \sin(2x)$

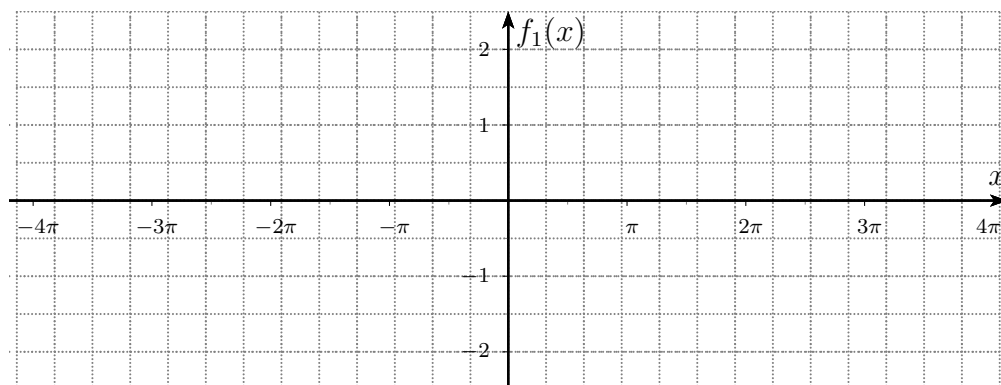


6. Skizzieren von Funktionsgraphen

Skizziere den Graphen der folgenden Funktion! Gib an in welchen Intervallen die Funktion welches Monotonieverhalten zeigt! Gib die Maximum- und Minimumstellen sowie die Nullstellen der Funktion an!

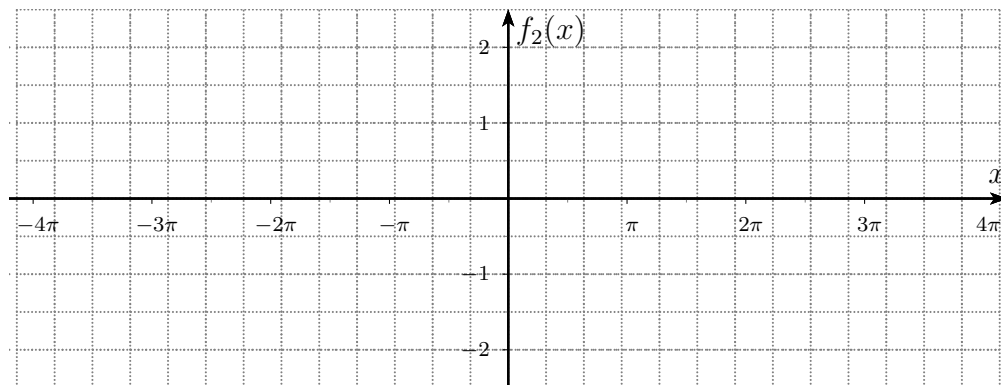
a)

$$f_1 : [-2\pi; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_1(x) = 2 \sin(x)$$



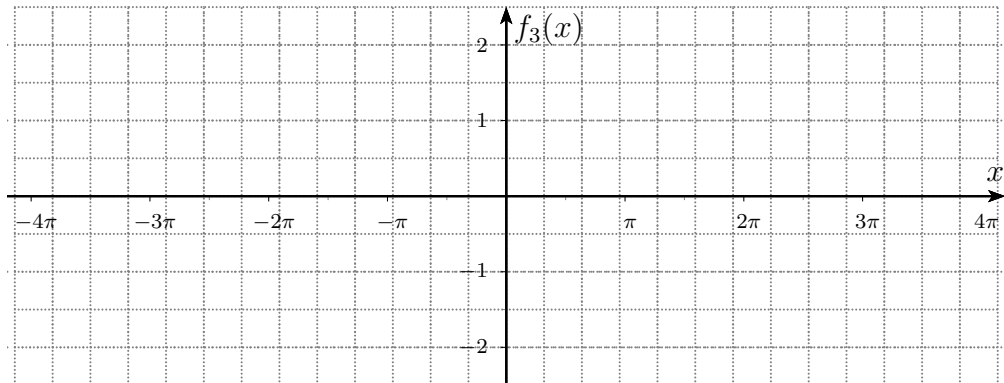
b)

$$f_2 : [-\pi; \pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_2(x) = \cos(2x)$$



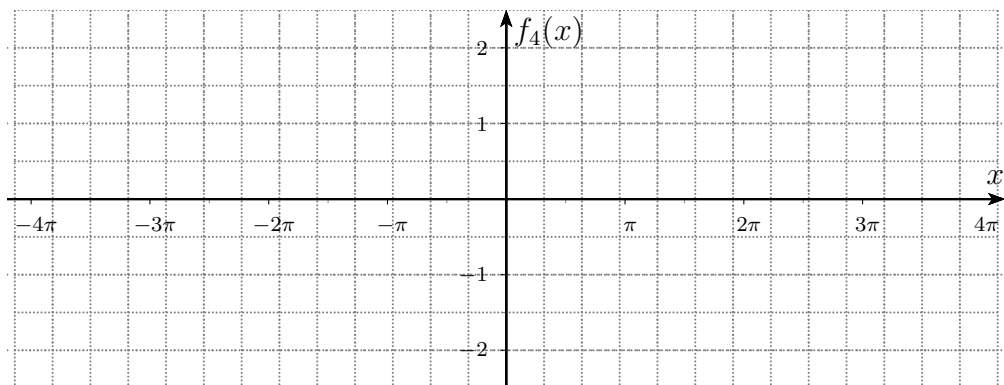
c)

$$f_3 : [-\pi; -\pi/2) \cup (-\pi/2; \pi/2) \cup (\pi/2; \pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_3(x) = -\tan(x)$$



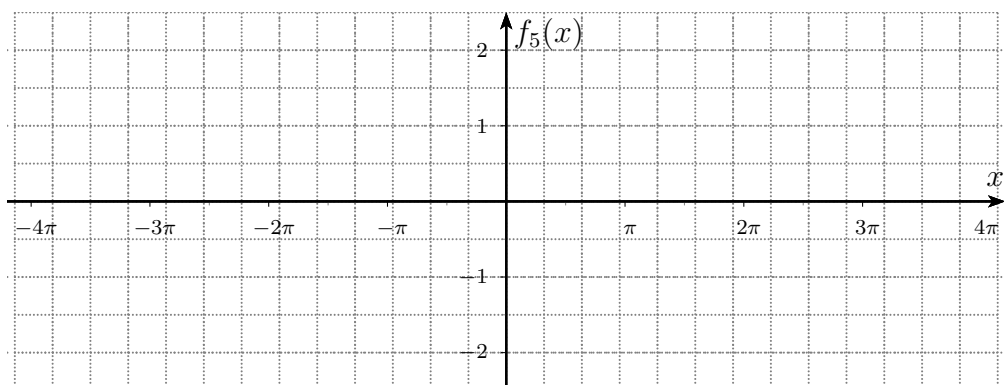
d)

$$f_4 : \left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_4(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$



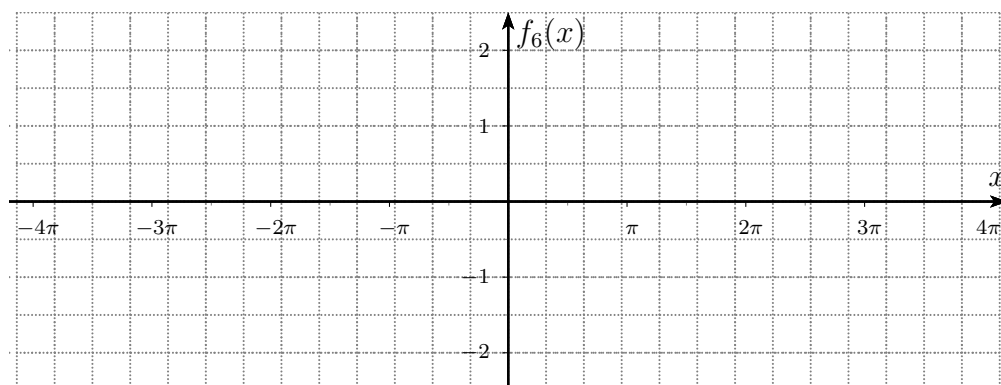
e)

$$f_5 : [-\pi; \pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_5(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$



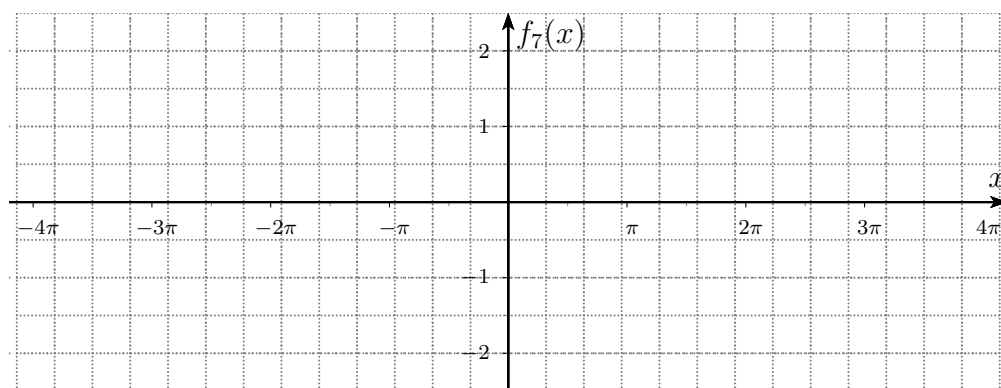
f)

$$f_6 : [-\pi; \pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_6(x) = \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$$



g)

$$f_7 : [-2\pi; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f_7(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$



7. Zusammenhang von Funktionen

Drücke die Funktionswerte der Funktionen $f_2; \dots; f_5$ durch $f_1(x) = \sin(x)$ aus!

- a) $f_2(x) = 2 \sin(x) =$ _____
- b) $f_3(x) = \sin(2x) =$ _____
- c) $f_4(x) = \sin(x + 2) =$ _____
- d) $f_5(x) = \cos(2x) =$ _____

8. Zwei in fünf

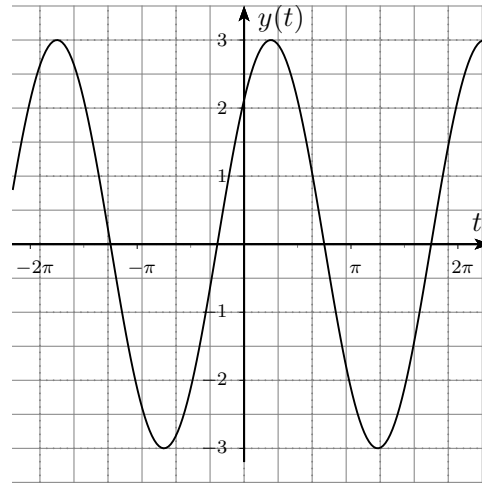
Kreuze die beiden richtigen Aussagen an!

Die Funktionen $\sin(x)$ und $\cos(x - \frac{\pi}{2})$ haben denselben Graphen.	<input type="radio"/>
Die Funktionen $\sin(x)$ und $\cos(x + \frac{\pi}{2})$ haben denselben Graphen.	<input type="radio"/>
Die Funktionen $\sin(x + \frac{\pi}{2})$ und $\cos(x)$ haben denselben Graphen.	<input type="radio"/>
Die Funktionen $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ und $\cos(x)$ haben denselben Graphen.	<input type="radio"/>
Die Funktionen $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ und $\cos(x - \frac{\pi}{2})$ haben denselben Graphen.	<input type="radio"/>

9. Parameter gesucht

Die Funktion y mit $y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ wird durch folgenden Graphen festgelegt. Kreuze die passenden Parameterwerte von y an!

- $y_0 =$ -3 1 3
 $\omega =$ $\frac{1}{2}$ 1 2
 $\varphi =$ $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$



10. Multiple Choice

Im Folgenden kann mehr als eine der zur Auswahl stehenden Antworten richtig sein. Kreuze die deiner Meinung nach richtigen Antworten an! (Mindestens ein Kreuz muss gesetzt werden!)

- a) Welche Funktion hat eine Periode von 2π ?
- $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ $\tan(x)$
- b) Welche Funktion hat im Intervall $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ eine Nullstelle?
- $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ $\tan(x)$
- c) Welche Funktion hat im Intervall $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ nur positive Funktionswerte?
- $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ $\tan(x)$
- d) Welche Funktion ist im Intervall $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ streng monoton fallend?
- $\sin(x)$ $\cos(x)$ $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ $\tan(x)$

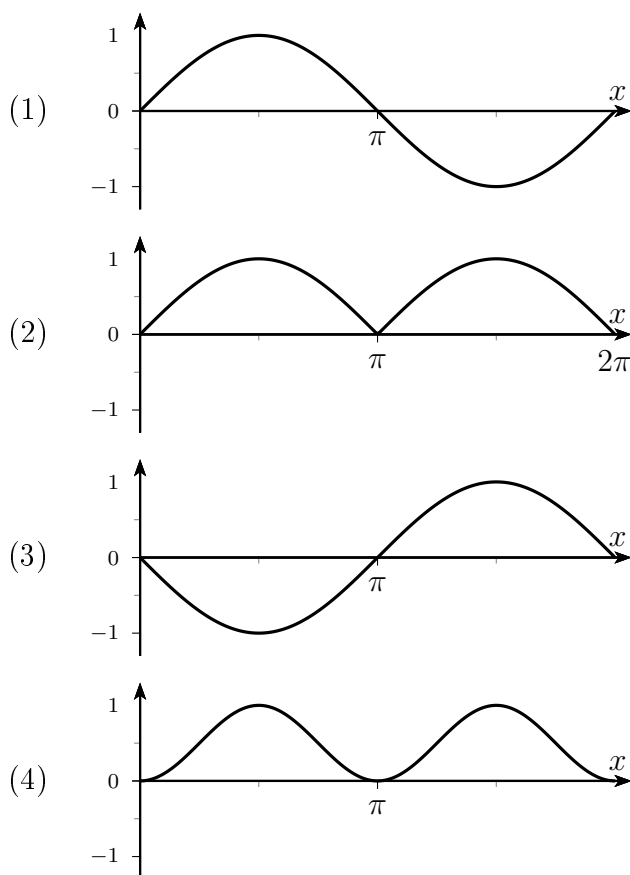
11. Lückentext

Ergänze den folgenden Text sinngemäß durch jeweils eine der in Klammer stehenden Auswahlmöglichkeiten!

Die Funktion $\sin : [0; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x)$ nimmt Werte von _____ (-1; 0; 1) bis _____ (-1; 0; 1) an. Im Gegensatz dazu nimmt die Funktion $f : [0; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = |\sin(x)|$ Werte von _____ (-1; 0; 1) bis _____ (-1; 0; 1) an. Beide Funktionen haben _____ (eine; zwei; drei) Nullstelle(n). Während die Funktion \sin _____ (keine; eine; zwei) Maximumstellen besitzt, hat die Funktion f _____ (keine; eine; zwei) Maximumstelle(n).

12. Vier in sechs

Ordne die Graphen der linken Tabelle den entsprechenden Funktionstermen der rechten Tabelle zu!



(...)	$-\sin(x)$
(...)	$\sin^2(x)$
(...)	$\sin(x)$
(...)	$\sin(2x)$
(...)	$ \sin(x) $
(...)	$\sin(x^2)$

13. Begriffe

- Erkläre die Begriffe!
 -) harmonische Schwingung,
 -) Amplitude,
 -) Schwingungsdauer,
 -) Frequenz,
 -) Elongation
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Schwingungsdauer und der Frequenz einer harmonischen Schwingung?
- Auf einem Drehzahlmesser eines Autos beginnt der kritische Drehzahlbereich der Kurbelwelle bei 6000 Umdrehungen pro Minute. Wie viele Sekunden braucht die Kurbelwelle bei dieser Drehzahl für eine Umdrehung?
- Wie lässt sich die Elongation y einer harmonischen Schwingung in Abhängigkeit von der Zeit t mathematisch beschreiben? Gib eine Formel an, und benenne die darin vorkommenden Größen!