

Direkte und indirekte Proportionalität mit GeoGebra

1. Direkte Proportionalität

Die Größen x und y sollen direkt proportional zueinander sein, wobei $y = k \cdot x$ gelten soll. Für $x \in \{0,1,2, \dots, 20\}$ und $k \in \{1,2,3\}$ sollen die zugehörigen y -Werte berechnet und graphisch dargestellt werden. Gehe dazu wie folgt vor!

- a) Öffne das Tabellen-Fenster.
- b) Gib in Zellen A1 bis A21 die Zahlen $0,1, \dots, 20$ ein!
- c) Gib in die Zelle B1 die Formel
 $=1 \cdot A1$
ein und ziehe diese nach Drücken der Eingabetaste mit der linken Maustaste am rechten Zelleneck bis in die Zelle B21!
- d) Markiere mit der linken Maustaste die Zellen A1 bis B21! Klicke mit der rechten Maustaste auf den markierten Zellbereich und wähle aus dem sich öffnenden Fenster „Erzeuge“ und anschließend in dem sich weiter öffnenden Fenster „Liste von Punkten“!
- e) Klicke das Geometrie-Fenster an! Wähle die Funktion „Verschiebe Zeichenblatt“ und stelle durch Zoomen und Ziehen an den Achsen die Punkte im Geometrie-Fenster dar!
- f) Blende die Beschriftung der Punkte aus und färbe die Punkte in einer Farbe ein!
- g) Gib in die Zelle C1 die Formel
 $=2 \cdot A1$
ein und ziehe diese nach Drücken der Eingabetaste mit der linken Maustaste am rechten Zelleneck bis in die Zelle C21!
- h) Markiere zuerst die Zellen A1 bis A21 und anschließend bei gedrückter Strg-Taste die Zellen C1 bis C21! Klicke mit der rechten Maustaste auf den markierten Zellbereich und wähle aus dem sich öffnenden Fenster „Erzeuge“ und anschließend in dem sich weiter öffnenden Fenster „Liste von Punkten“!
- i) Klicke im Algebra-Fenster bei gedrückter Strg-Taste nacheinander die neuen Punkte an! Blende dann die Beschriftungen aus und färbe diese Punkte mit einer anderen Farbe ein!
- j) Gib in die Zelle D1 die Formel
 $=3 \cdot A1$
ein und ziehe diese nach Drücken der Eingabetaste mit der linken Maustaste am rechten Zelleneck bis in die Zelle D21!
- k) Stelle analog zur obigen Vorgangsweise die Daten der Zellen A1 bis A21 und D1 bis D21 als Punkte mit einer neuen Farbe ohne Beschriftungen dar!
- l) Auf welchem geometrischen Objekt liegen alle Punkte einer Farbe?

Antwort:

Welchen Punkt haben alle drei Datensätze gemeinsam?

Antwort:

Wie hängt der Verlauf der Punkte mit dem Parameter k zusammen?

Antwort:

- m) Wir wollen die Aufgabe ein wenig verallgemeinern. Es soll der Parameter k zwischen 0 und 4 beliebig einstellbar sein. Erstelle dazu einen Schieberegler mit dem Namen k (min=0, max=4, schrittweite=0,01). Gib in die Zelle E1 die Formel
 $=k*A1$
 ein und ziehe diese nach Drücken der Eingabetaste mit der linken Maustaste am rechten Zelleneck bis in die Zelle E21! Stelle auch diese Daten analog zu den obigen Vorgangsweisen dar!
- n) Überprüfe, ob für $k \in \{1,2,3\}$ die vorherigen Datenpunkte gewonnen werden können!
- o) Stelle $k = 1.5$ ein! Entnehme der Tabelle welcher Wert y dem Wert $x = 17$ zugeordnet ist!

$$y = \dots\dots\dots$$

2. Punkt auf Strahl

Es soll gezeigt werden, dass für jeden Punkt $P = (x|y)$ auf einem Strahl das Verhältnis $k = \frac{y}{x}$ konstant ist.

- a) Zeichne die Punkte $A = (0,0)$ und $B = (10,5)$ ein!
- b) Zeichne einen Strahl von A ausgehend durch B !
- c) Zeichne einen Punkt P auf dem Strahl ein!
- d) Gib in die Eingabezeile folgende Formel ein:
 $k = y(P)/x(P)$
- e) Verschiebe den Punkt P entlang des Strahls! Welchen Wert zeigt k stets an?
 $k = \dots\dots\dots$
- f) Ändere nun die y -Koordinate des Punktes B auf 2 ab! Verschiebe den Punkt P entlang des Strahls! Welchen Wert zeigt k nun stets an?
 $k = \dots\dots\dots$
- g) Wähle den Punkt B einmal im 1., 2., 3. und 4. Quadranten. Was beobachtest du beim Vorzeichen von k ?

Antwort:

3. Indirekte Proportionalität

Es soll der graphische Verlauf zweier zueinander indirekt proportionaler Größen x und y dargestellt werden. Gehe dazu wie folgt vor!

- a) Gib in die Zellen A1 bis A15 die x -Werte der folgenden Tabelle ein!

x	0.1	0.12	0.15	0.2	0.4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-----	-----	------	------	-----	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

- b) Gib in die Zelle B1 die Formel

$$= 1/A1$$

ein und ziehe diese nach Drücken der Eingabetaste bis in die Zelle B15! Wie verhalten sich die x - und y -Werte zueinander?

Wenn die x -Werte größer werden, dann werden die y -Werte

- c) Markiere mit der linken Maustaste die Zellen A1 bis B15! Klicke mit der rechten Maustaste auf den markierten Zellbereich und wähle aus dem sich öffnenden Fenster „Erzeuge“ und anschließend in dem sich weiter öffnenden Fenster „Liste von Punkten“!
- d) Blende die Beschriftung der soeben erzeugten Punkte aus!
- e) Die Punkte folgen einer bestimmten Kurve, die man mit folgender Formel erzeugen kann:

$$f(x) = \text{Funktion}[1/x, 0.05, 20]$$

Gib diese Formel in die Eingabezeile ein!

- f) Zeichne einen Punkt P auf dieser Kurve ein!
- g) Welchen Wert liefert das Produkt der x - und der y -Koordinate von P stets? Gib dazu Folgendes in die Eingabezeile ein:

$$k = x(P) * y(P)$$

Verschiebe den Punkt P entlang der Kurve und beobachte den Parameter k im Algebra-Fenster!

$$k = \dots\dots\dots$$

- h) Wie groß ist für $x = 1.2$ der zugehörige y -Wert? Gib dazu in der Eingabezeile $y\text{Wert} = 1/1.2$ ein und drücke die Eingabetaste! Das Ergebnis siehst du im Algebra-Fenster.

$$y = \dots\dots\dots$$

Alternativ dazu kannst du im CAS-Fenster auch $f(1.2)$ eingeben. Probiere es aus!

- i) Wie groß ist für $y = 3.75$ der zugehörige x -Wert? Dazu kannst du in der Eingabezeile $x\text{Wert} = 1/3.75$ eingeben. Das Ergebnis siehst du im Algebra-Fenster.

$$x = \dots\dots\dots$$

Alternativ kannst du im CAS-Fenster auch folgenden Befehl eingeben. Probiere es aus!

$$\text{Löse}[f(x) = 3.75, x]$$

- j) Wir wollen die indirekt proportionale Beziehung der Form $y = 1/x$ zwischen x und y ein wenig verallgemeinern. Es soll nun $y = a/x$ gelten, wobei der Parameter a zwischen 0.1 und 2 beliebig einstellbar sein soll. Erstelle dazu einen Schieberegler mit dem Namen a (min=0.1, max=2, schrittweite=0,01). Gib in die Zelle B1 die Formel

$$=a/A1$$

ein und ziehe diese nach Drücken der Eingabetaste mit der linken Maustaste am rechten Zelleneck bis in die Zelle B15! Stelle auch diese Daten analog zu den obigen Vorgangsweisen dar!

- k) Variiere den Schieberegler a ! Wo liegen die neuen Punkte im Vergleich zu der Kurve die durch $f(x)$ beschrieben wird, im Falle, dass $a < 1$ bzw. $a > 1$ ist?

Fall $a < 1$:

Fall $a > 1$:

- l) Was passiert, wenn a negativ wird? Ändere dazu unter den Eigenschaften des Schiebereglers a den min-Wert auf -1 ab!

Antwort: