Pythagoras und Wurzel mit GeoGebra

1. Veranschaulichung des Satzes von Pythagoras

Hat ein rechtwinkliges Dreieck die Katheten a und b sowie die Hypotenuse c, dann wären a^2, b^2 und c^2 gleich den Flächeninhalten jener Quadrate, die man über den Seiten des Dreiecks errichten kann. Dies wollen wir im Folgenden veranschaulichen.

a) Zeichne die Punkte $A = (1{,}1)$ und $C = (5{,}4)$ ein!

b) Zeichne eine Gerade – mit Namen d – ein, die A und C verbindet!

c) Zeichne eine Normale – mit Namen e – auf d durch den Punkt C!

d) Zeichne den Punkt D irgendwo unterhalb von C auf der Geraden e ein!

e) Zeichne den Strahl s mit Anfangspunkt C durch den Punkt D ein!

f) Blende die Geraden d und e sowie den Punkt D aus!

g) Zeichne auf dem Strahl irgendwo unterhalb von C den Punkt B ein!

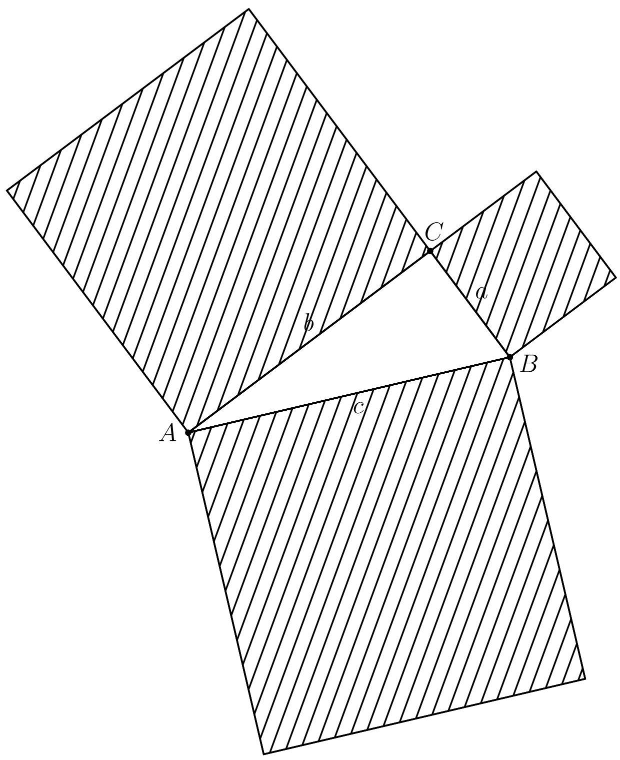
h) Blende den Strahl aus!

i) Wähle die Funktion *„Vieleck"* und klicke nach der Reihe die Punkte B, C, A und wieder B an! Die Katheten dieses Dreiecks sollten a und b und die Hypotenuse c heißen.

j) Wähle die Funktion *„Regelmäßiges Vieleck"*! Klicke anschließend C und dann B an! Gib in dem sich öffnenden Fenster für die Zahl der Eckpunkte 4 ein!

k) Zeichne analog zum vorigen Punkt ein Quadrat über der Seite AC und ein weiteres über der Seite BA!

l) Färbe die Quadratflächen in einer und die Dreiecksfläche in einer anderen Farbe ein! Das Resultat sollte so ähnlich wie in der folgenden Abbildung aussehen.



m) Öffne das CAS-Fenster und gib in eine Zeile folgenden Ausdruck ein!

Numerisch[$a\hat{}2 + b\hat{}2$]

Drücke anschließend die Eingabetaste! Gib in die nächste Zeile $c\hat{}2$ ein! Drücke abermals die Eingabetaste! Was liefern die beiden Eingaben?

$a^2 + b^2 =$ .... , $c^2 =$ ....

n) Ziehe nun die Punkte A, B und C im Geometrie-Fenster hin und her. Beobachte die Werte im CAS-Fenster! Zeigen diese stets denselben Wert an?

Antwort: ....

o) Im Algebra Fenster siehst du bei Vieleck die Flächeninhalte der Quadrate. Überprüfe, ob die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate (Es sollte sich dabei um die Quadrate Vieleck2 und Vieleck 3 handeln.) gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrats (Vieleck4) ist! Gib dazu folgendes in das CAS-Fenster ein!

Vieleck2+Vieleck3

2. Berechnungen von Wurzeln im CAS-Fenster

Öffne das CAS-Fenster! (*Hinweis*: Nach der Eingabe einer Rechenanweisung in eine der CAS-Zeilen musst du die Eingabetaste drücken.)

a) Berechne $\sqrt{2}$ auf 20 Stellen genau! Gib dazu folgendes in eine Zeile des CAS-Fensters ein:

Numerisch[sqrt(2),20]

Lsg.: $\sqrt{2} \approx$ ....

Was muss man eingeben, um $\sqrt{327}$ auf 17 Stellen genau zu berechnen?

Lsg.: ....

b) Was liefert das CAS, wenn du sqrt($x\hat{}2$) eingibst?

Lsg.: ....

Warum lautet das Ergebnis nicht einfach x?

Begründung:

c) Was liefert das CAS, wenn du sqrt($x\hat{}4$) eingibst?

Lsg.: ....

Begründung (im Vergleich zum vorigen Punkt):

d) Löse die Gleichung $x^2 = 65536$ mit dem folgenden CAS-Befehl!

Löse[x^2=65536,x]

Lsg.: $x =$ ....

e) Berechne $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{65536}}}}$ mit dem folgenden CAS-Befehl! sqrt(sqrt(sqrt(sqrt(65536))))

Lsg.: ....

f) Haufig schreibt man statt $\sqrt{x}$ auch $x^{\frac{1}{2}}$. Überprüfe, ob das CAS für sqrt(45) und 45^(1/2) denselben Wert liefert!

Lsg.: sqrt(45)= .... 45^(1/2)= ....

3. Berechnungen von Wurzeln im Tabellen-Fenster

Öffne das Tabellen-Fenster! Es sollen die Wurzeln der natürlichen Zahlen von 0 bis 10 berechnet und anschließend die Punkte $(0|\sqrt{0}),\ldots,(10|\sqrt{10})$ im Geometrie-Fenster dargestellt werden. gehe dazu wie folgt vor!

a) Gib in die Zellen A1 bis A11 die natürlichen Zahlen 0 bis 10 ein!

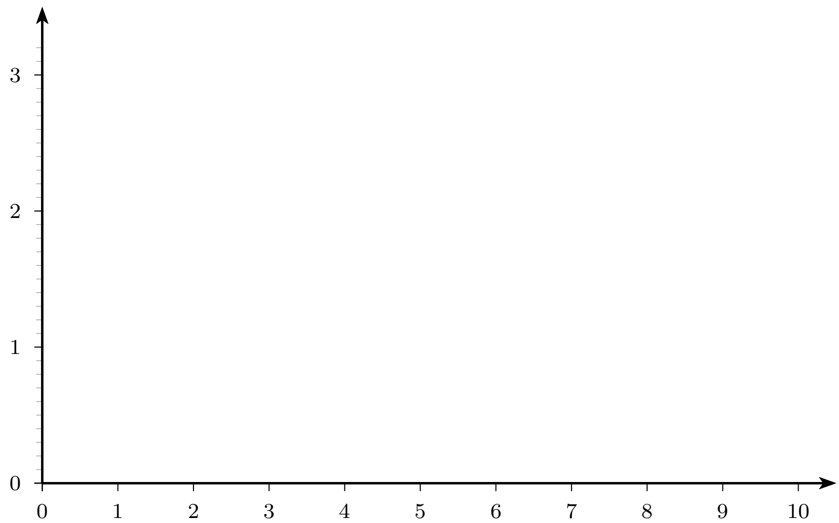
b) Gib in die Zelle B1 die folgende Formel ein und drücke anschließend die Eingabetaste!

=sqrt(A1)

c) Kopiere diese Formel durch Ziehen mit gedrückter linker Maustaste am unteren, rechten Eck der Zelle B1 (der Mauspfeil verwandelt sich dabei in ein Kreuz) bis in die Zelle B11!

d) Markiere die Zellen A1 bis B11 mit gedrückter linker Maustaste! Klicke anschließend mit der rechten Maustaste in den soeben markierten Bereich und wähle im sich öffnenden Fenster *„Erzeuge“* und anschließend *„Liste von Punkten“*!

e) Skizziere den Verlauf der Punkte im folgenden Diagramm!



4. Konstruktion der Wurzel einer Zahl

Zeichne eine Strecke, deren Länge gleich $\sqrt{29}$ ist! Gehe dazu wie folgt vor:

a) Zeichne die Punkte $A = (0,0)$, $B = (5,0)$ und $C = (5,2)$ ein! Sie bilden ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete 5 und dessen andere Kathete 2 lang ist.

b) Zeichne die Strecke AC, das ist die Hypotenuse, ein. Sie hat die gesuchte Länge. Im Algebra-Fenster siehst du bei der Strecke, die die Punkte A und C verbindet die Länge dieser Strecke; in unserem Falle ist das eine Näherung für $\sqrt{29}$.

Lsg.: $\sqrt{29} \approx$ ....

c) Überprüfe das Ergebnis, indem du mit dem CAS $\sqrt{29}$ auf fünf Nachkommastellen berechnest!

Lsg.: $\sqrt{29} \approx$ ....

d) Welche Kathetenlängen a und b müsste das Dreieck haben, um $\sqrt{20}$ bzw. $\sqrt{26}$ zu konstruieren?

Lsg.: $a =$ .... , $b =$ .... (für $\sqrt{20}$) $a =$ .... , $b =$ .... (für $\sqrt{26}$)